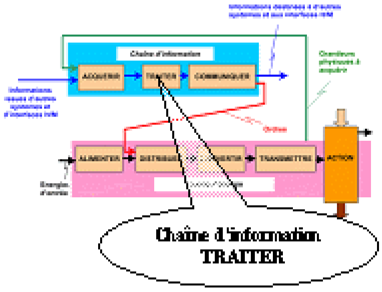
LA LOGIQUE COMBINATOIRE

(Cours)


Chaîne d'information
ACQUERIR
TRAITER
COMMUNIQUER
Ordres
ALIMENTER
TRANSMETTRE
ACTION
Chaîne d'information
TRAITER

1- Qu'est-ce que la logique ?

1-1 : Proposition logique

- Exemple :

Evénements → **SI** je suis un élève de 2°4 (vrai ou faux)
OU SI je suis un élève de 2°5
ET SI j'ai cours de SI
ET SI je **NE** suis **PAS** malade

Action → **ALORS** je participe au cours de Mr Dupont

- Les événements sont reliés par des mots clés :

☞ ________
☞ ________
☞ ________

- Les entrées ou les sorties peuvent prendre deux valeurs qui sont :

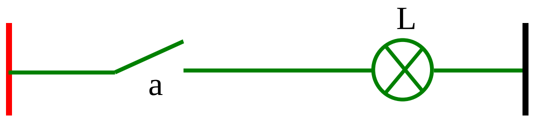
☞ VRAIE = ____
☞ FAUSSE = ____

1-2 : Codage de la proposition logique

Pour simplifier la proposition on la code, comme par exemple :

	être un élève de 2°1	
OU (+)	être un élève de 2°7	
ET (.)	avoir cours de SI	
ET (.)	Etre malade	
ALORS	je participe au cours de Mr Dupont	
	D'où l'équation	

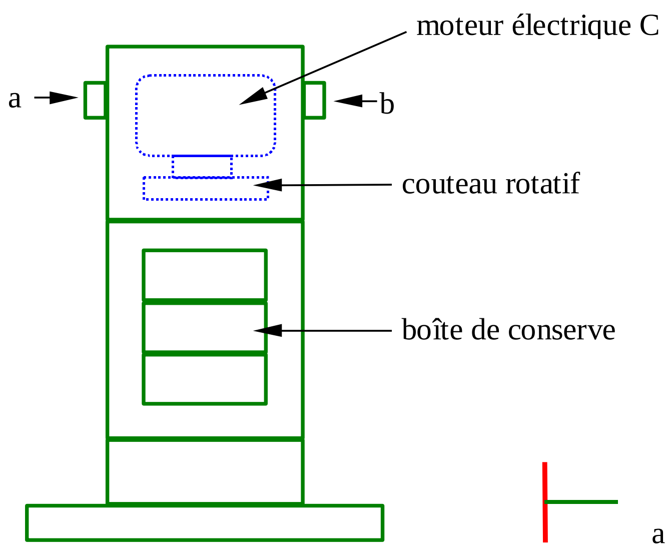
1-3 : Application électrique



La lampe s'allume si ………………………………

D'où l'équation suivante :

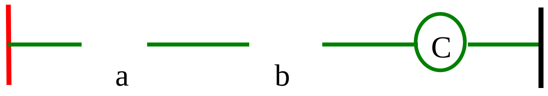
2- Qu’appelle-t-on « la logique combinatoire » ?



SI l’opérateur appuie sur le bouton **a**
ET sur le bouton **b**

ALORS le moteur électrique **C fonctionne**.

D’où l’équation C =
D’où le schéma électrique :

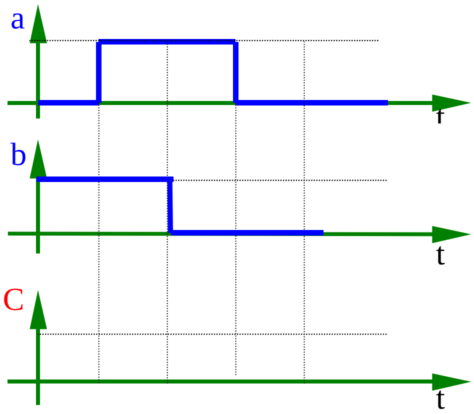


- **D’où la table de vérité :**

Elle énumère **toutes les combinaisons** possibles des entrées

entrées		sortie
a	b	C

- **D’où les chronogrammes :**



La fonction qui relie **a** et **b** est une **fonction ET**.

3- Représentation des équations logiques

3-1 : A l’aide d’interrupteurs

- L’équation de l’exemple 1 était : **$P = (a + b) . c . \overline{d}$**

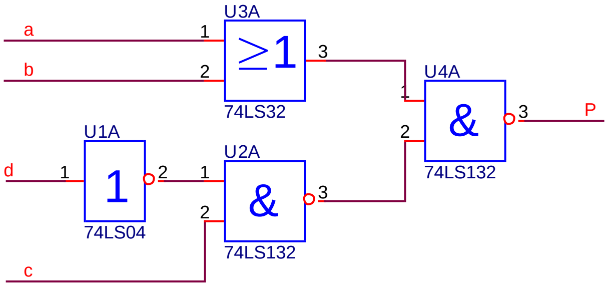
- Ce qui se traduit par le câblage suivant :

- **Etablir** ci-dessous le schéma de câblage pour l’équation suivante : $L=a.b.(\overline{c}+\overline{d})$

3-2 : A l'aide de portes logiques (voir document annexe n°1)

L'équation de l'exemple 1 était : **$P = (a + b) . c . \overline{d}$**

Ce qui se traduit par le câblage suivant :


U3A
a
1
b
2
≥1
3
74LS32
U4A
1
2
&
3
P
74LS132
U1A
d
1
1
2
74LS04
U2A
1
2
&
3
74LS132
c

- **Etablir** le câblage pour l'équation suivante : $L=a.b.(\overline{c}+\overline{d})$

4- Equations logiques

$a + a = a$ **$a + 1 = 1$** **$a + 0 = a$** **$a + \overline{a} = 1$**

$a . a = a$ **$a . 1 = a$** **$a . 0 = 0$** **$a . \overline{a} = 0$**

5- Propriétés des équations

Commutativité :	**$a + b = b + a$** **$a . b = b . a$**
Associativité :	**$a + b . (c . d) = a + (b . c) . d$**
Distributivité de ./+ :	**$a . (b + c) = (a .b) + (a . c)$**
Distributivité de +/. :	**$a + (b . c) = (a + b) . (a + c)$**
Simplification par absorption :	**$a + (a . b) = a$**
Simplification par développement :	**$(a . b) + \overline{b} = a + b$**

6- Théorème de De Morgan

- Le complément d'une somme est égal au produit des compléments de chaque facteur :

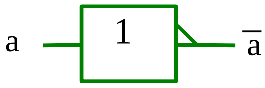
$$\overline{a + b} = \overline{a} \cdot \overline{b}$$

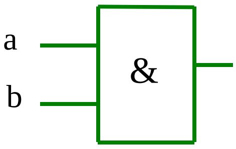
- Le complément d'un produit est égal à la somme des compléments de chaque facteur :

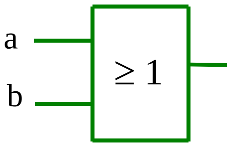
$$\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$$

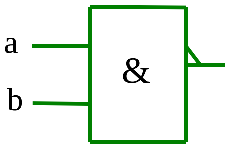
- Remarque : si on complémente deux fois S, on retrouve S.

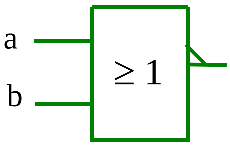
Document annexe n°1 : Les opérateurs logiques
Représentations et tables de vérité

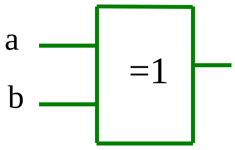
<table>
<tr><th>Fonction</th><th>Représentation</th><th>Table de vérité</th></tr>
<tr><td>NON</td><td>

$S = \bar{a}$</td><td><table><tr><th>a</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>ET</td><td>

$S = a . b$</td><td><table><tr><th>b</th><th>a</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>OU</td><td>

$S = a + b$</td><td><table><tr><th>b</th><th>a</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>NON-ET (NAND)</td><td>

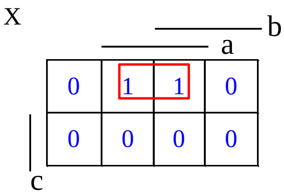
$S = \overline{a . b}$</td><td><table><tr><th>b</th><th>a</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>NON-OU (NOR)</td><td>

$S = \overline{a + b}$</td><td><table><tr><th>b</th><th>a</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>OU EXCLUSIF</td><td>

$S = a \oplus b = \bar{a}.b + a.\bar{b}$</td><td><table><tr><th>b</th><th>a</th><th>S</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table></td></tr>
</table>

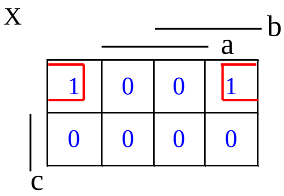
Document annexe n°2 (Simplifications)

- Réunion de doublets :



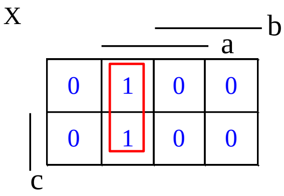
0	1	1	0
0	0	0	0

$X = a.\bar{c}$



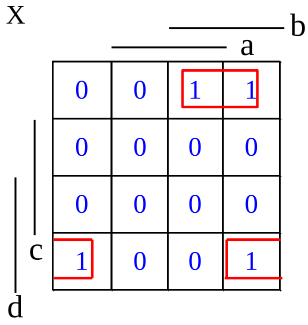
1	0	0	1
0	0	0	0

$X = \bar{a}.\bar{c}$



0	1	0	0
0	1	0	0

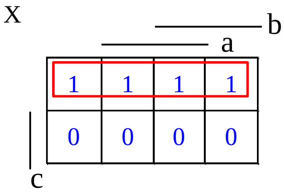
$X = a.\bar{b}$



0	0	1	1
0	0	0	0
0	0	0	0
1	0	0	1

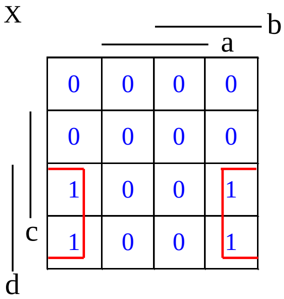
$X = b.\bar{c}.\bar{d} + \bar{a}.\bar{c}.d$

- Réunion de quartets :



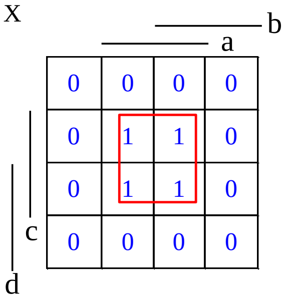
1	1	1	1
0	0	0	0

$X = \bar{c}$



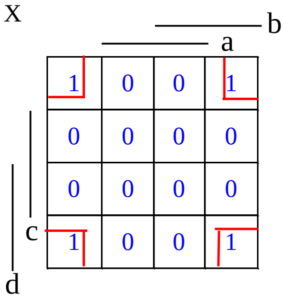
0	0	0	0
0	0	0	0
1	0	0	1
1	0	0	1

$X = \bar{a}.d$



0	0	0	0
0	1	1	0
0	1	1	0
0	0	0	0

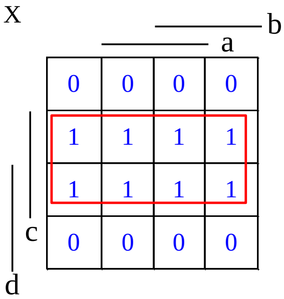
$X = a.c$



1	0	0	1
0	0	0	0
0	0	0	0
1	0	0	1

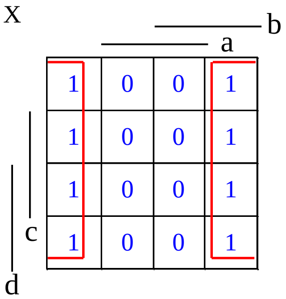
$X = \bar{a}.\bar{c}$

- Réunion d'octets :



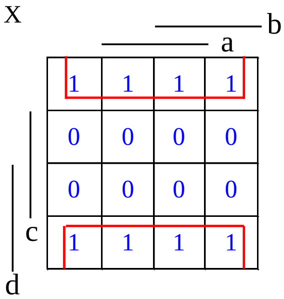
0	0	0	0
1	1	1	1
1	1	1	1
0	0	0	0

$X = c$



1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1
1	0	0	1

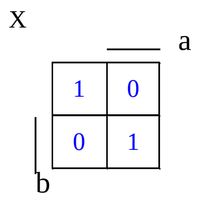
$X = \bar{a}$

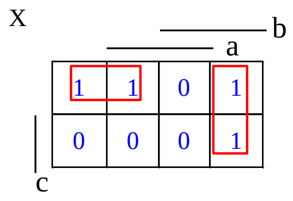


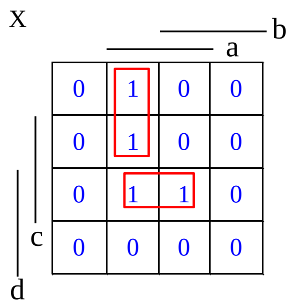
1	1	1	1
0	0	0	0
0	0	0	0
1	1	1	1

$X = \bar{c}$

Document annexe n°3 (Représentations)

<table>
<tr>
<td>
<table>
<tr><th>b</th><th>a</th><th>X</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>
</td>
<td>$X = \overline{a}.\overline{b} + a.b$</td>
<td>


</td>
<td>$X = \overline{a}.\overline{b} + a.b$</td>
</tr>
<tr>
<td>
<table>
<tr><th>c</th><th>b</th><th>a</th><th>X</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
</table>
</td>
<td>$X = \overline{a}.\overline{b}.\overline{c} + a.\overline{b}.c$
$+ \overline{a}.b.\overline{c} + \overline{a}.b.c$</td>
<td>


</td>
<td>$X = \overline{b}.\overline{c} + \overline{a}.b$</td>
</tr>
<tr>
<td>
<table>
<tr><th>d</th><th>c</th><th>b</th><th>a</th><th>X</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>
</td>
<td>$X = a.\overline{b}.\overline{c}.\overline{d} + a.\overline{b}.c.\overline{d}$
$+ a.\overline{b}.c.d + a.b.c.d$</td>
<td>


</td>
<td>$X = a.\overline{b}.\overline{d} + a.c.d$</td>
</tr>
</table>